DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2017

PREMIÈRE ÉPREUVE

1re partie

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 – 50 points

(dont 5 points pour la présentation de la copie
et l'utilisation de la langue française)

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de la page **1/7** à **7/7**

L'utilisation de la calculatrice est autorisée
L'utilisation du dictionnaire est interdite

THÉMATIQUE COMMUNE DU SUJET DE MATHÉMATIQUES, PHYSIQUE-CHIMIE ET SCIENCES DE LA VIE ET DE LA TERRE :

Santé

Indication portant sur <u>l'ensemble du sujet.</u>
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

<u>Exercice 1</u> (4,5 points)

Recopier la bonne réponse (aucune justification n'est attendue).

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
①	La somme $\frac{7}{4}+\frac{2}{3}$ est égale à :	$\frac{9}{7}$	$\frac{29}{12}$	$\frac{9}{12}$
②	L'équation $5x+12=3$ a pour solution :	1,8	3	$-1{,}8$
③	Une valeur approchée, au dixième près, du nombre $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ est :	2,7	1,6	1,2

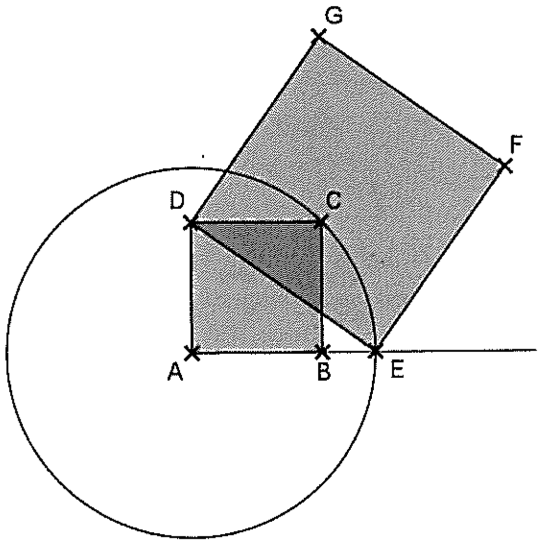
<u>Exercice 2</u> (9,5 points)

Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

<u>Programme de construction</u> :

- Construire un carré ABCD ;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon [AC] ;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB) ;
- Construire un carré DEFG.

<u>Figure obtenue</u> :



1) Sur la copie, réaliser la construction avec **AB = 3 cm.**

2) Dans cette question, **AB = 10 cm.**

a) Montrer que AC $=\sqrt{200}$ cm.

b) Expliquer pourquoi AE $=\sqrt{200}$ cm.

c) Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.

3) On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD.
En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré DEFG ayant une aire de 48 cm^2.

Quelle longueur AB faut-il choisir au départ ?

Exercice 3 (6 points)

Il y a dans une urne 12 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. On veut tirer une boule au hasard.

1) Est-il plus probable d'obtenir un numéro pair ou bien un multiple de 3 ?

2) Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 ?

3) On enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est un diviseur de 6. On veut à nouveau tirer une boule au hasard.

Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors 0,375.

Exercice 4 (10 points)

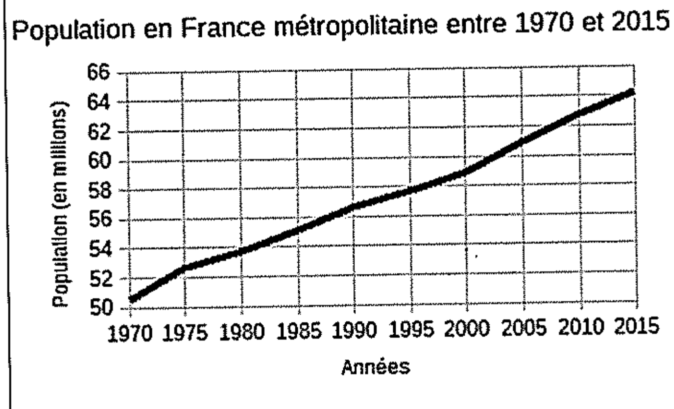
Les données et les questions de cet exercice concernent la France métropolitaine.

Document 1

En 2015, environ 4,7 % de la population française souffrait d'allergies alimentaires.
En 2010, les personnes concernées par des allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses qu'en 2015.
En 1970, seulement 1 % de la population était concernée.

Source : Agence nationale de la sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail.

Document 2



Partie I :

1) Déterminer une estimation du nombre de personnes, à 100 000 près, qui souffraient d'allergies alimentaires en France en 2010.

2) Est-il vrai qu'en 2015, il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées qu'en 1970 ?

Partie II :

En 2015, dans un collège de 681 élèves, 32 élèves souffraient d'allergies alimentaires.

Le tableau suivant indique les types d'aliments auxquels ils réagissaient.

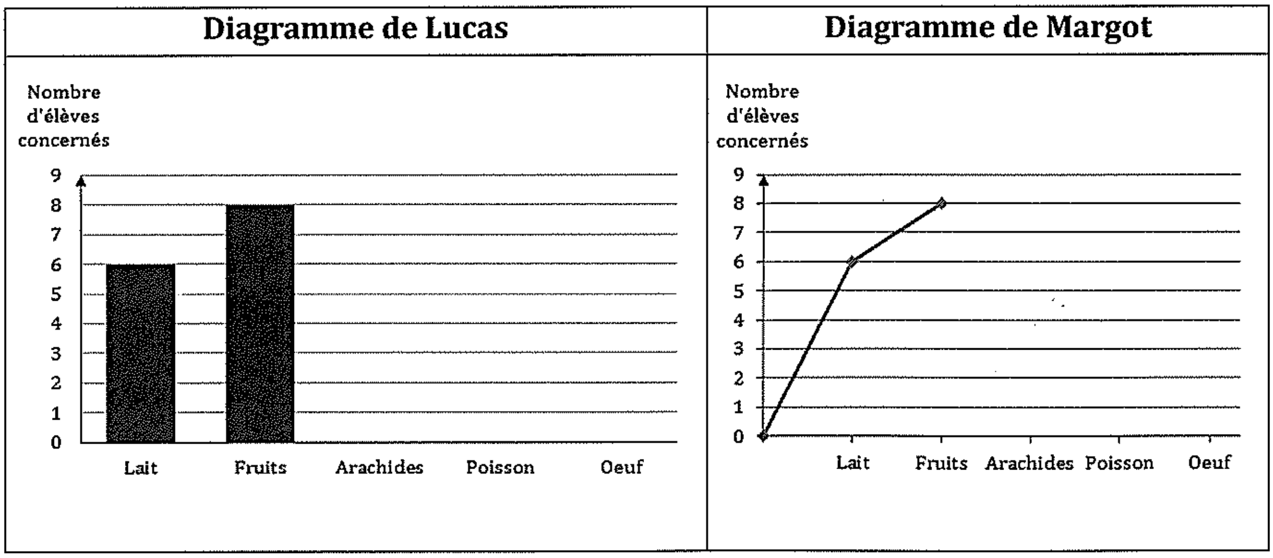
Aliments	Lait	Fruits	Arachides	Poisson	Œuf
Nombre d'élèves concernés	6	8	11	5	9

1) La proportion des élèves de ce collège souffrant d'allergies alimentaires est-elle supérieure à celle de la population française ?

2) Jawad est étonné : « J'ai additionné tous les nombres indiqués dans le tableau et j'ai obtenu 39 au lieu de 32 ».

Expliquer cette différence.

3) Lucas et Margot ont chacun commencé un diagramme pour représenter les allergies des 32 élèves de leur collège :

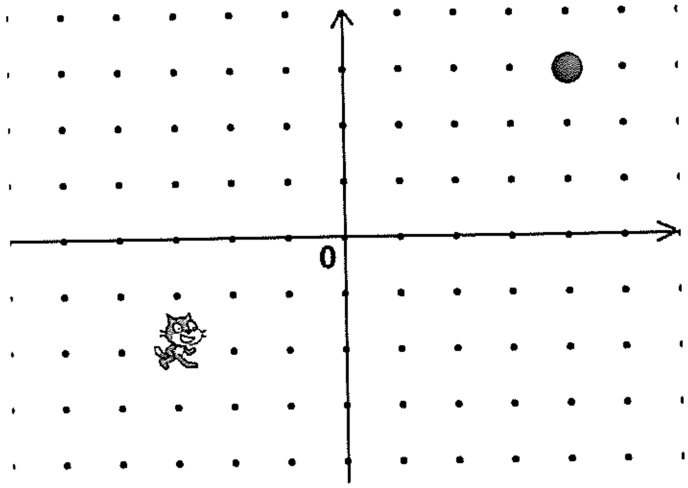


a) Qui de Lucas ou de Margot a fait le choix le mieux adapté à la situation ? Justifier la réponse.

b) Reproduire et terminer le diagramme choisi à la question a).

Exercice 5 (5 points)

L'image ci-dessous représente la position obtenue au déclenchement du bloc départ d'un programme de jeu.



L'arrière-plan est constitué de points espacés de 40 unités.

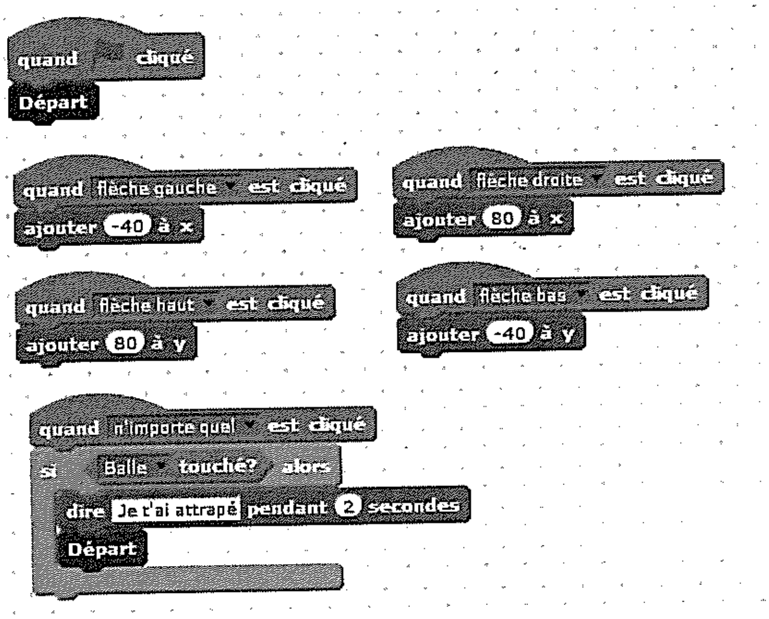
Dans cette position, le chat a pour coordonnées (– 120 ; – 80).

Le but du jeu est de positionner le chat sur la balle.

1) Quelles sont les coordonnées du centre de la balle représentée dans cette position ?

2) Dans cette question, le chat est dans la position obtenue au déclenchement du bloc départ.

Voici le script du lutin « chat » qui se déplace.



a) Expliquez pourquoi le chat ne revient pas à sa position de départ si le joueur appuie sur la touche → puis sur la touche ←.

b) Le joueur appuie sur la succession de touches suivante : → → ↑ ← ↓

Quelles sont les coordonnées *x* et *y* du chat après ce déplacement ?

c) Parmi les propositions de succession de touches ci-dessous, laquelle permet au chat d'atteindre la balle ?

Déplacement 1	Déplacement 2	Déplacement 3
→ →→ → → → →↑↑↑↑↑	→ →→ ↑↑↑ →↓←	↑→↑→↑→ →↓↓

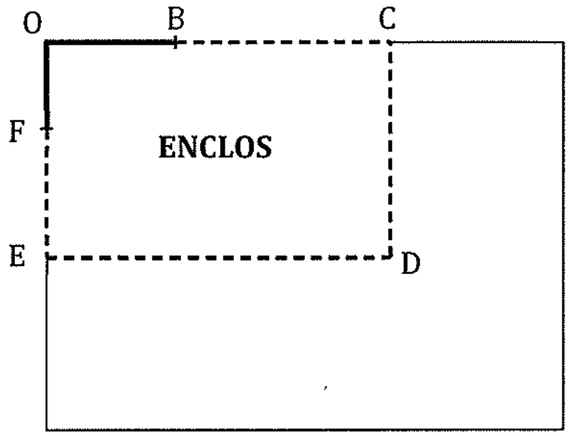
3) Que se passe-t-il quand le chat atteint la balle ?

Exercice 6 (10 points)

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle.
[OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4 m.

La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter **un enclos rectangulaire OCDE.**

Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.



Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

1) En plaçant C pour que BC = 5 m, elle obtient que FE = 15 m.

a) Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.

b) Justifier que l'aire **A** de l'enclos OCDE est 209 m^2.

2) Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier :

$$\text{"En notant BC} = x\text{, on a } \mathrm{A}(x) = -x^2 + 18x + 144\text{"}$$

Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question 1.

3) *Dans cette partie, les questions a) et b) ne nécessitent pas de justification.*

a) Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

B2 | fx | =-B1*B1+18*B1+144

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?

b) Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin obtenir un enclos d'aire maximale ?

c) Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.

Correction

Amérique du Nord - Juin 2017 - Mathématiques

Exercice 1

Un QCM sans surprise !

1. $\dfrac{7}{4}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{21}{12}+\dfrac{8}{12}=\dfrac{29}{12}$

$\boxed{\text{1. Réponse B}}$

2.

$$5x+12=3$$
$$5x=3-12$$
$$5x=-9$$
$$x=-\frac{9}{5}$$
$$x=-1,8$$

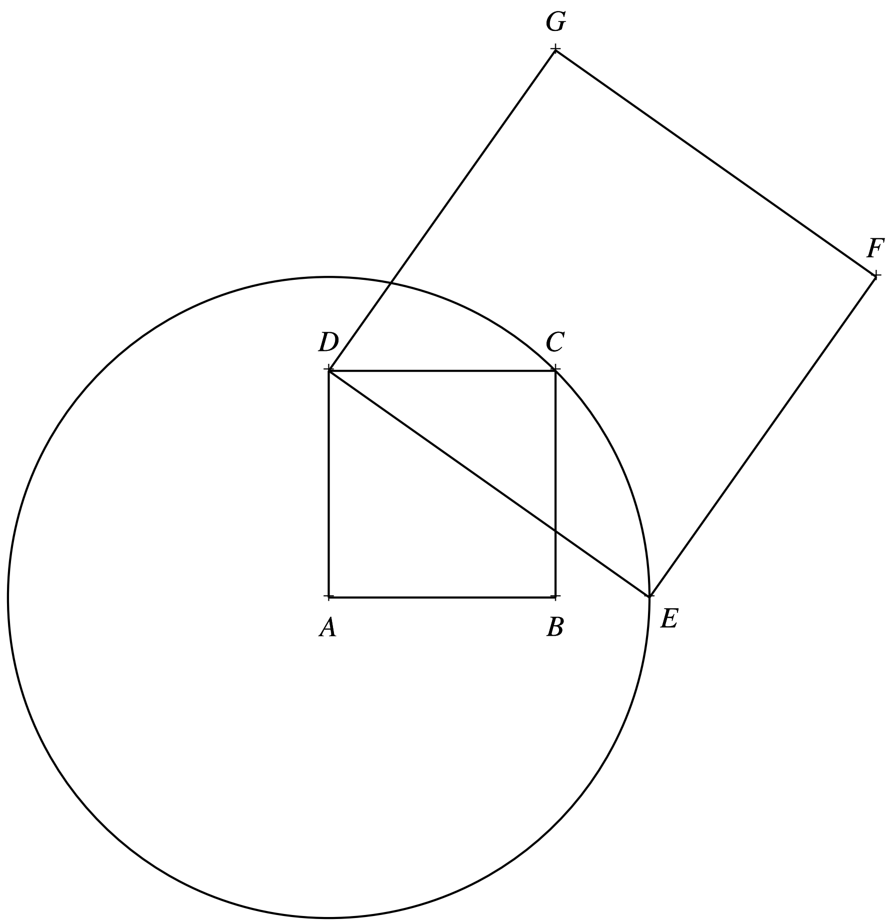
$\boxed{\text{2. Réponse C}}$

3. $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1,6$

$\boxed{\text{3. Réponse B}}$

Exercice 2

1.



2.a $ABCD$ est un carré, donc ABC est un triangle rectangle en B
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$
$$10^2 + 10^2 = AC^2$$
$$100 + 100 = AC^2$$
$$AC^2 = 200$$
$$AC = \sqrt{200}$$

$\boxed{\text{Donc } AC = 10\ cm}$

2.b E est un point du cercle de centre A et de rayon AC, donc $AC = AE = \sqrt{200}\ cm$

$\boxed{AE = \sqrt{200}\ cm}$

2.c L'aire du carré $ABCD$ est $10\ cm \times 10\ cm = 100\ cm^2$
Pour calculer l'aire du carré $DEFG$ il faut calculer la longueur du côté DE
Le triangle DAE est rectangle en A
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AD^2 + AE^2 = DE^2$$
$$10^2 + (\sqrt{200})^2 = DE^2$$
$$100 + 200 = DE^2$$
$$DE^2 = 300$$
$$DE = \sqrt{300}$$

Enfin l'aire du carré $DEFG$ vaut $\sqrt{300}\ cm \times \sqrt{300}\ cm = 300\ cm^2$

$\boxed{\text{Comme } 300\ cm^2 = 3 \times 100\ cm^2\text{, l'aire du carré } DEFG \text{ est le triple de l'aire de } ABCD}$

3. On souhaite que $48\ cm^2$ soit le triple de l'aire du carré $ABCD$
Comme $48\ cm^2 \div 3 = 16\ cm^2$, on en déduit que l'aire du carré $ABCD$ mesure $16\ cm^2$
Or l'aire du carré $ABCD$ est obtenu en calculant le carré de AB
Ainsi
$AB^2 = 16\ cm^2$ d'où $AB = \sqrt{16}\ cm = 4\ cm$

$\boxed{AB = 4\ cm}$

Exercice 3

Dans tout cet exercice nous sommes dans une situation d'équiprobabilité où il y a 12 issues équiprobables possibles.

1. Les nombres pairs entre 1 et 12 sont 2, 4, 6, 8, 10 et 12.
Il y a ainsi 6 nombres pairs.
La probabilité d'obtenir un nombre pair est $\dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2} = 0,5$ ou 50%

Les multiples de 3 entre 1 et 12 sont : 3, 6, 9 et 12.
Il y a ainsi 4 multiples de trois.
La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est : $\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$ ou environ 33%

$\boxed{\text{Il est plus probable d'obtenir un nombre pair.}}$

2. Tous les nombres compris entre 1 et 12 sont inférieurs à 20

La probabilité cherchée est donc $\frac{12}{12} = 1$

$\boxed{\text{C'est l'événement certain de probabilité 1}}$

3. On enlève les diviseurs de 6, c'est à dire les boules 1, 2, 3 et 6
Il reste 8 boules dont le tirage est équiprobable.
Les nombres premiers entre 1 et 12 sont : 2, 3, 5, 7, et 11.
Il reste donc les nombres premiers 5, 7 et 11 parmis les 8 boules.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{3}{8} = 0,375}$

Exercice 4

Un problème compliqué où les erreurs et les pièges sont nombreux. La première question reserve des surprises. Il faut être rigoureux ! La Question 3.a de la troisième partie est surprenanete, je ne sais pas quelle réponse est attendue ! !

Partie I

1. D'après le document 1, les personnes concernées par les allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses en 2010 qu'en 2015. En 2015 elles représentaient $4,7\%$ de la population française.

D'après le document 1, la population française en 2015 était de 64 000 000 d'habitants.

Calculons les $4,7\%$ de 64 000 000 soit $64\ 000\ 000 \times \frac{4,7}{100} = 3\ 008\ 000$

Puis $3\ 008\ 000 \div 2 = 1\ 504\ 000$

$\boxed{\text{À 100 000 personnes près il y avait environ 1 500 000 personnes atteintes d'allergie alimentaire en 2010}}$

2. En 1970 seul 1% de la population était concernée.
En 1970 il y avait environ 51 000 000 d'habitants en France.
Calculons les 1% de 51 000 000 soit $51\ 000\ 000 \times \frac{1}{100} = 510\ 000$
En 2015 on a vu qu'il y avait 3 008 000 allergiques.
Comme $3\ 008\ 000 \div 510\ 000 \approx 5,9$

$\boxed{\text{Environ 6 fois plus de personnes sont allergiques en 2015 par rapport à 1970}}$

Partie II

1. $\frac{32}{681} \approx 0,047$ soit $\frac{4,7}{100}$ ou encore $4,7\%$

$\boxed{\text{C'est exactement la proportion observée dans la population française.}}$

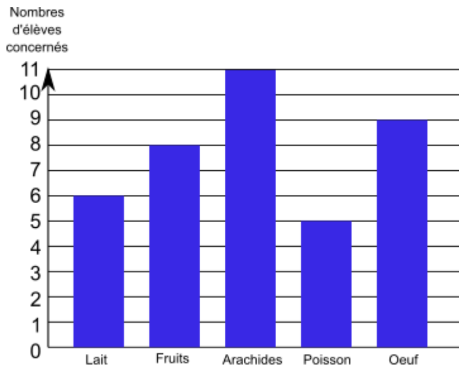
2. En effet $6 + 8 + 11 + 5 + 9 = 39$

$\boxed{\text{Cela signifie que certains élèves sont allergiques à plusieurs aliments !}}$

3.a Vu la nature des caractères observés, ce sont des caractère qualitatifs et non quantitatif, le diagramme en barre semble plus adapté.
Plus précisemment, comme sur l'axe des abscisses on indique des noms d'aliments, la ligne polygonale du second graphique qui indique une évolution des ordonnées par rapport aux abscisse n'a pas d'intérêt.

$\boxed{\text{Le diagramme de Lucas est le mieux adapté !}}$

3.b



Exercice 5

Exercice intéressant et plein de piège car les mouvements ne sont pas symétriques. Il est difficile de rédiger la réponse !

1. Les points sont espacés de 40 unités.

$\boxed{\text{Les coordonnées de la balle sont donc } (160;120)}$

2.a Notons $(x;y)$ les coordonnées du chat.
Au départ $x = -120$ et $y = -80$
Ensuite après une flèche droite puis gauche on a $x = -120+80-40 = -80$
Et $y = -80$ ne varie pas !
$\boxed{\text{Le chat ne revient donc pas en position de départ !}}$

2.b En appuyant sur droite droite haut gauche bas le chat va successivement :
Avancer de 80 à droite, 80 à droite, monter de 80 avancer de 40 à gauche enfin descendre de 40.
Donc au départ $x = -120$ et $y = -80$
Il s'ensuit $x = -120+80+80-40 = 0$
Et $y = -80+80-40 = -40$

$\boxed{\text{Le chat se retrouve en } (0;-40)}$

2.c Pour atteindre la balle, le chat doit avancer à droite de 7 fois 40 unités et monter de 5 fois 40 unités.
On peut aussi raisonner sur les coordonnées car le chat est en $(-120;-80)$ et la balle en $(160;120)$
Or $160-(-120) = 280 = 7\times 40$ et $120-(-80) = 200 = 5\times 40$

Le déplacement 1 ne convient pas car la flèche droite fait avancer de 80 unités... c'est trop ! !
Le déplacement 2 fait avancer 4 fois de 80 unités vers la droite puis de 40 vers la gauche soit $4\times 80-40 = 280$ unités vers la droite.
Le déplacement 2 fait monter 3 fois de 80 unités et descendre 1 fois de 40 unités soit $3\times 80-40 = 240-40 = 200$.. c'est bon !
Le déplacement 3 fait avancer 4 fois de 80 unités vers la droite... c'est trop ! !

$\boxed{\text{C'est le déplacement 2 !}}$

Exercice 6

Un exercice en demi-teinte. Il vise a trouver l'aire maximale pour un périmètre donné. La formule est lancée sans explication. Quand on demande sa cohérence, je ne suis pas sur qu'un élève de troisième sache quoi répondre !

1.a Comme $BC = 5\ m$ on a $OC = OB+BC = 6\ m+5\ m = 11\ m$
Comme $FE = 15\ m$ on a $OE = OF+FE = 4\ m+15\ m = 19\ m$
Le périmètre du rectangle $OCDE$ mesure donc $2\times 11\ m+2\times 19\ m = 22\ m+38\ m = 60\ m$
Or il ne faut pas de grillage devant les murs $[OB]$ et $[OF]$.
Comme $OB+OF = 6\ m+4\ m = 10\ m$

$\boxed{\text{Elle va bien utiliser } 60\ m - 10\ m = 50\ m \text{ de grillage !}}$

1.b L'enclos $OCDE$ est un rectangle, son aire mesure $11\ m \times 19\ m = 209\ m^2$

$\boxed{\text{L'aire de l'enclos est bien } 209\ m^2}$

2. On a $A(x) = -x^2 + 18x + 144$
Comme $x = BC$ calculons $A(5)$
$A(5) = -(5)^2 + 18 \times 5 + 144 = -25 + 90 + 144 = 209$

$\boxed{\text{Cette formule semble cohérente avec le calcul d'aire de la question 1}}$

Même si ce n'est pas demandé, on peut chercher d'où vient cette expression !
Notons x la longueur BC
On souhaite que le périmètre soit égal à 60 m puisqu'il y a 50 m de grillage et 10 m de murs.
Le côté $[OC]$ mesure $x+6$
Le demi-périmètre mesure 30 m, il reste donc $30-(x+6)$ pour le côté $[OE]$ soit $30-x-6 = 24-x$
On peut maintenant calculer l'aire $A(x)$

$$A(x) = (x+6)(24-x)$$
$$A(x) = 24x - x^2 + 144 - 6x$$
$$A(x) = -x^2 + 18x + 144$$

C'est la formule attendue ! !

3.a $\boxed{= -F1 * F1 + 18 * F1 + 144}$

3.b $\boxed{\text{Elle devra choisir la valeur } BC = 9\ m}$

3.c $BC = 9\ m$ donc $OC = OB + BC = 6\ m + 9\ m = 15\ m$
Le périmètre de l'enclos doit mesure 60 m puiqu'il y a 50 m de grillage et $6\ m + 4\ m = 10\ m$ de murs.
Le demi périmètre mesure donc 30 m.
Comme $OC = 15\ m$ il reste 15 m pour OE.
On a bien $15\ m \times 15\ m = 225\ m^2$

$\boxed{\text{L'enclos obtenu est un carré de } 15\ m \text{ de côté.}}$